

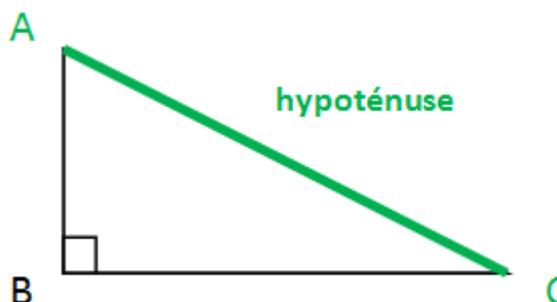
Théorème de Pythagore

I - Théorème de Pythagore

Définition et propriété:

Dans un triangle rectangle, on appelle hypoténuse le côté opposé à l'angle droit. L'hypoténuse est le plus grand côté d'un triangle rectangle.

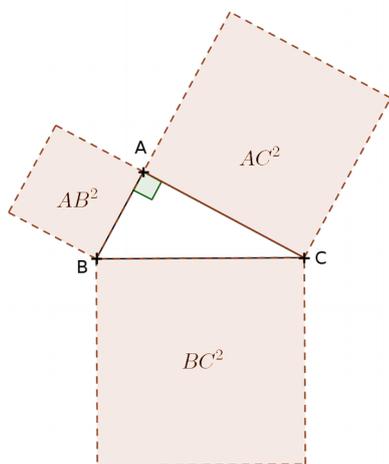
ABC est un triangle rectangle en B, le segment [AC] est son hypoténuse.



Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse, est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$
Cette égalité est appelée « égalité de Pythagore »



Le triangle ABC est rectangle en A, d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

Voir activités 1 et 2 dans le cahier d'exercice.

Exercices: 8 p 190 et 32 p 191

II - Caractérisation d'un triangle

1) Démontrer qu'un triangle n'est pas rectangle

Exemple : le triangle ABC tel que $AB = 7$ cm, $BC = 6$ cm et $AC = 9$ cm est-il rectangle ?

On a

$$AC^2 = 9^2 = 81$$

$$AB^2 = 7^2 = 49$$

$$BC^2 = 6^2 = 36$$

$$\text{et } AB^2 + BC^2 = 49 + 36 = 85 \neq 81$$

Donc le théorème de Pythagore n'est pas vérifié, le triangle ABC n'est pas rectangle.

1- On calcule le carré de la longueur de chaque côté

2- On additionne les deux petits, et on compare avec le plus grand

3- On conclut avec la contraposée de Pythagore

Exercices : ex 54-55 p 193

2) Démontrer qu'un triangle est rectangle

La réciproque d'une propriété est une autre propriété, écrite « à l'envers ».

Propriété : Si A Alors B sa réciproque : Si B alors A

Attention, toutes les réciproques ne sont pas vraies.

Exemple : « Si il pleut, alors il y a un nuage. »

La propriété réciproque n'est pas vraie : « Si il y a un nuage, alors il pleut »

Réciproque du théorème de Pythagore

Si l'égalité de Pythagore est vérifiée dans un triangle, alors il est rectangle, et son côté le plus long est son hypoténuse

Exemple : le triangle ABC tel que $AB = 6$ cm, $BC = 8$ cm et $AC = 10$ cm est-il rectangle ?

$$\text{On a } AC^2 = 10^2 = 100$$

$$\text{et } AB^2 + BC^2 = 36 + 64 = 100$$

Donc $AB^2 + BC = AC^2$, d'après la réciproque du théorème de Pythagore le triangle ABC, est rectangle en B et [AC] est son hypoténuse.

1- On cherche le plus grand côté, et on calcule le carré de sa longueur

2- On calcule le deuxième terme (somme des carrés des longueurs des autres côtés)

3- On conclut avec l'égalité de Pythagore

4- On n'oublie pas de préciser quel angle est droit.

Exercices : ex 52 et 56 p 193

III - Racine carrée

1) Définition

Voir activité 3 dans le cahier d'exercice

Définition et notation:

On choisit un nombre positif, appelé a

La racine carrée de a (notée \sqrt{a}) est le nombre positif qui, multiplié par lui-même, est égal au nombre a .

Utilisation de la calculatrice (CASIO) : [SECONDE] [X²] [2] [8] [EXE] $\sqrt{28} \approx 5,29$

Exemples :

- | | | |
|---------------------|-----------------------------|------------------|
| • $\sqrt{25} = 5$ | • $\sqrt{28} \approx 5,29$ | |
| • $\sqrt{100} = 10$ | Valeur Exacte | Valeur approchée |
| • $\sqrt{1} = 1$ | • $\sqrt{0,1} \approx 0,32$ | |

Remarque : La racine carrée d'un nombre négatif n'existe pas.

Exercices : ex 19 – 23 – 28 – 29 p 191

2) Estimation

Sans utiliser la calculatrice, il est très difficile de calculer la racine carrée d'un nombre.

Par contre, on peut facilement estimer une valeur approchée et connaissant les valeurs des nombres appelés carrés parfait :

• $1 = 1^2$	• $25 = 5^2$	• $81 = 9^2$
• $4 = 2^2$	• $36 = 6^2$	• $100 = 10^2$
• $9 = 3^2$	• $49 = 7^2$	• $121 = 11^2$
• $16 = 4^2$	• $64 = 8^2$	• $144 = 12^2$

Ainsi, si on veut calculer $\sqrt{39}$, on sait que $36 < 39 < 49$
Donc $6 < \sqrt{39} < 7$

Exercices : ex 27 p 191

IV - Calcul de longueur dans un triangle rectangle

1) Calculer la longueur de l'hypoténuse d'un triangle rectangle

Exemple : Le triangle MNP est rectangle en M. On sait aussi que MN = 4cm et MP = 6cm.
Quelle est la longueur du segment [NP] ?
On donnera une valeur approchée au centième près.

(Figure à main levée)

MNP est un triangle rectangle en M,

d'après l'égalité de Pythagore, on a donc

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

$$NP^2 = 4^2 + 6^2$$

$$NP^2 = 16 + 36$$

$$NP^2 = 52$$

52 est positif, donc $NP = \sqrt{52}$
 $NP \approx 7,21$

1- On fait une figure à main levée pour bien comprendre toutes les données

2- On vérifie que le triangle est bien rectangle

3- On applique l'égalité de Pythagore

4- On calcule la valeur exacte de l'hypoténuse

5- On donne sa valeur approchée

Exercices : ex 10 et 11 p 190

2) Calculer la longueur d'un côté de l'angle droit d'un triangle rectangle

Exemple : Le triangle MNP est rectangle en M. On sait aussi que MN = 4,5cm et NP = 7cm.
Quelle est la longueur du segment [MP] ?
On donnera une valeur approchée au dixième près.

MNP est un triangle rectangle en M,
d'après l'égalité de Pythagore, on a donc

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

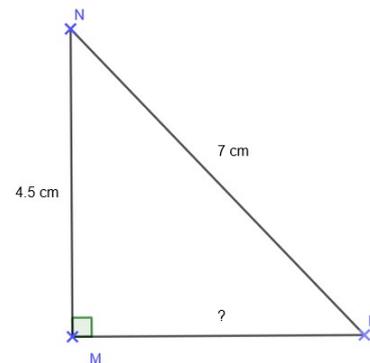
$$7^2 = 4,5^2 + MP^2$$

$$49 = 20,25 + MP^2$$

$$MP^2 = 49 - 20,25 = 28,75$$

28,75 est positif, donc $MP = \sqrt{28,75}$
 $MP \approx 5,4$

Le segment [MP] mesure environ 5,4cm.



Attention, à l'égalité de Pythagore :
l'hypoténuse est toute seule !!

On a une addition « à trou », c'est donc une soustraction.

Exercices : ex 2 – 4 – 5 p 189

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Identifier l'hypoténuse	Oui	Non
Égalité de Pythagore	Oui	Non
Théorème de Pythagore et sa réciproque	Oui	Non
Définition d'une racine carrée	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Déterminer si un triangle est rectangle ou non	Oui	Non
Calculer une longueur dans un triangle rectangle (hypoténuse ou non)	Oui	Non
Rédiger avec rigueur les calculs autour du théorème de Pythagore	Oui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite de ce site sans l'autorisation expresse de l'auteur.