

Nombres premiers

I - Multiples et diviseurs (rappels)

1) Définition

Définition :

Un nombre a est un diviseur d'un nombre b , lorsque le reste de la division euclidienne de b par a est égal à 0.

On dit aussi que b est un multiple de a

Note : pour qu'un nombre soit un diviseur il faut que la « division tombe juste »

Exemples :

- 5 est un diviseur de 30, car $30 : 5 = 6$ (reste 0)
- 30 a pour diviseurs :
 - 1 ; 30
 - 2 ; 15
 - 3 ; 10
 - 5 ; 6

2) Critères de divisibilité

Propriétés : Un nombre entier est divisible

- par 2 lorsque son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6, ou 8
- par 5 lorsque son chiffre des unités est 0 ou 5
- par 10 lorsque son chiffre des unités est 0

- par 3 lorsque la somme des ses chiffres est divisible par 3.
- par 9 lorsque la somme des ses chiffres est divisible par 9.

- par 4 lorsque le nombre composé de ses deux derniers chiffres est divisible par 4



Exemples :

- 2020 est divisible par 2, 5, 10 (car il se termine par 0) et 4 (car il se termine par 20 qui est divisible par 4).
- 198 est divisible par 3 et par 9 car si on additionne tous ses chiffres, on obtient 18 ($1 + 9 + 8 = 18$). Or 18 est divisible par 3 et aussi par 9.

II - Nombres premiers

1) Définition

Définition :

Un nombre est dit premier lorsque il admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Liste des nombres premiers inférieurs à 30 : 2;3;5;7;11;13;17;19;23;29

2) Décomposition en facteurs premiers

Propriété (admise en partie):

Tout nombre entier supérieur ou égal à 2 peut être décomposé en un produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique.

Exemple :

$$\begin{aligned} 90 &= 9 \times 10 \\ &= 3 \times 3 \times 2 \times 5 \end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned} 90 &= 2 \times 45 \\ &= 2 \times 9 \times 5 \\ &= 2 \times 3 \times 3 \times 5 \end{aligned}$$

Peut importe la décomposition de départ, on obtient toujours le même résultat, à l'ordre prêt. Ainsi, il est utile, à la fin de trier les différents facteurs (ordre croissant, ou décroissant).

$$90 = 2 \times 3 \times 3 \times 5$$

Méthode :

1. Regarder si le nombre peut être divisé par 2, si oui décomposer
2. Re-tester le résultat avec, décomposer autant de fois que nécessaire.
3. Recommencer en divisant par 3
4. Recommencer en divisant par 5
5. ...

Remarque : inutile de tester avec 4, car $4 = 2 \times 2$, ce cas a donc déjà été testé. Il suffit de ne tester que des diviseurs premiers.

3) Applications

Ces nombres ne peuvent pas être découpés, et par une série de multiplications, ils permettent de fabriquer TOUS les nombres, de manière unique.

Ils sont utilisés dans différents domaines :

- Maths : simplifier une fraction
- Maths : trouver un diviseur (ou un multiple) commun à deux nombres
- Informatique : cryptographie
- Réseau : traitement du signal

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Critères de divisibilité	Oui	Non
Définition d'un nombre premier	Oui	Non
Liste des nombres premiers inférieurs à 30	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Trouver tous les diviseurs d'un nombre	Oui	Non
Décomposer en produit de facteurs premiers	Oui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.