

Fractions : 1ere partie

I - Égalité de quotient

1) Égalité

Propriété :

On ne change pas un nombre relatif en écriture fractionnaire en multipliant (ou en divisant) son numérateur et son dénominateur par un même nombre non nul.

On considère trois nombres relatifs a, b et k, tels que $b \neq 0$ et $k \neq 0$:

$$\frac{a}{b} = \frac{a \times k}{b \times k}$$

Exemple 1 : Simplifier $\frac{4}{8}$; $\frac{-12}{28}$; $\frac{-49}{-77}$

$$\frac{4}{8} = \frac{\cancel{2} \times 2}{\cancel{2} \times 4} = \frac{2}{4} = \frac{\cancel{2} \times 1}{\cancel{2} \times 2} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-12}{28} = -\frac{12}{28} = -\frac{\cancel{4} \times 3}{\cancel{4} \times 7} = -\frac{3}{7}$$

$$\frac{-49}{-77} = \frac{49}{77} = \frac{\cancel{7} \times 7}{\cancel{7} \times 11} = \frac{7}{11}$$

Exemple 2 : Simplifier $\frac{630}{132}$

Commencer par décomposer chacun de ces nombres en produit de facteurs premiers.

$$\begin{aligned} 630 &= 63 \times 10 \\ &= 7 \times 9 \times 5 \times 2 \\ &= 7 \times 3 \times 3 \times 5 \times 2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 132 &= 12 \times 11 \\ &= 3 \times 4 \times 11 \\ &= 3 \times 2 \times 2 \times 11 \end{aligned}$$

Puis on simplifie la fraction

$$\begin{aligned} \frac{630}{132} &= \frac{7 \times \cancel{3} \times 3 \times 5 \times \cancel{2}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times 2 \times 11} \\ &= \frac{105}{22} \end{aligned}$$

Remarque : même si cette fraction semble complexe, on ne peut plus la simplifier (puisque l'on a décomposé en produit de nombres premiers). On dit qu'elle est irréductible.

Exercices : ex 23-24 p 57

2) Égalité des produits en croix

Démonstration : Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $\frac{ad}{bd} = \frac{cb}{db}$. Donc : $a \times d = c \times b$.

La réciproque est-elle vraie ? Si $ad = bc$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$?

Démonstration :

On sait que $ad = bc$. On a $\frac{a}{b} = \frac{ad}{bd} = \frac{bc}{bd} = \frac{c}{d}$, donc $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$.

Propriété :

On considère 4 nombres relatifs a, b, c et d tels que $b \neq 0$ et $d \neq 0$.

- Si $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ alors $a \times d = c \times b$

- Si $a \times d = c \times b$ alors $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$



Exemple 1 :

Les fractions $\frac{15}{9}$ et $\frac{20}{14}$ sont-elles égales ?

On calcule les produits en croix : $15 \times 14 = 210$ et $9 \times 20 = 180$

Donc $\frac{15}{9} \neq \frac{20}{14}$

Exemple 2 : Que dire des nombres $\frac{31,2}{16,8}$ et $\frac{871}{469}$?

Première approche : calculer les quotients à la calculatrice. Dans les deux cas, on obtient environ 1,857142857. Mais comment être sûr puisqu'il s'agit de valeurs approchées.

On calcule les produits en croix :

$$31,2 \times 469 = 14632,8$$

$$16,8 \times 871 = 14632,8$$

Conclusion : $\frac{31,2}{16,8} = \frac{871}{469}$

Exercices : Parmi les nombres suivants, lesquels sont égaux à $\frac{15}{36}$?

$$\frac{5}{12}$$

$$\frac{10}{24}$$

$$\frac{25}{62}$$

$$\frac{100}{240}$$

$$\frac{1,5}{3,6}$$

Ex 26 p 57

II - Addition et soustraction

Propriété : On choisit trois nombres a , b et c avec $c \neq 0$

$$\frac{a}{c} + \frac{b}{c} = \frac{a+b}{c} \quad \text{et} \quad \frac{a}{c} - \frac{b}{c} = \frac{a-b}{c}$$

Note : les deux fractions doivent avoir le même dénominateur. Si ce n'est pas le cas, il faut d'abord les **mettre au même dénominateur** avant de les additionner (ou soustraire).

Exemples :

$$A = \frac{4}{7} - \frac{8}{21}$$

21 est un multiple de 7. On choisit 21 comme dénominateur commun.

$$A = \frac{4 \times 3}{7 \times 3} - \frac{8}{21}$$

On réduit les fractions au même dénominateur.

$$A = \frac{12}{21} - \frac{8}{21}$$

$$A = \frac{12-8}{21}$$

On applique la propriété ci-dessus.

$$A = \frac{4}{21}$$

$$B = \frac{-8}{25} + \frac{4}{-15}$$

Le signe $-$ au dénominateur gêne ; d'où on écrit une fraction égale avec le signe au numérateur.

$$B = \frac{-8}{25} + \frac{-4}{15}$$

On cherche un multiple commun à 25 et à 15 en écrivant les multiples successifs. (Tables dans la marge)

$$B = \frac{-8 \times 3}{25 \times 3} + \frac{-4 \times 5}{15 \times 5}$$

$$B = \frac{-24}{75} + \frac{-20}{75}$$

$$B = \frac{-44}{75}$$

$$C = 3 - \frac{4}{7}$$

On a un problème avec le 3, qui n'est pas écrit sous forme de fraction. Or $3 = \frac{3}{1}$ car diviser par 1 ne change rien. Donc, il suffit de rajouter « sur 1 »

$$C = \frac{3}{1} - \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{3 \times 7}{1 \times 7} - \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{21}{7} - \frac{4}{7}$$

$$C = \frac{21-4}{7}$$

$$C = \frac{17}{7}$$

Exercices : ex 2-3 p 55 / ex 41-42-46-48-49 p 58

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Égalité de fraction	Oui	Non
Égalité des produits en croix	Oui	Non
Addition et soustraction de fractions	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Simplifier des fractions par divisions successives	Oui	Non
Simplifier des fractions par décomposition en facteurs premiers	Oui	Non
Déterminer si deux fractions sont égales (produits en croix)	Oui	Non
Additionner (ou soustraire) deux fractions	Oui	Non
Additionner (ou soustraire) un nombre et une fraction	Oui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.