

Proportionnalité

I - Grandeurs proportionnelles

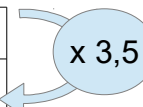
1) Coefficient de proportionnalité

Définition :

Deux grandeurs sont dites **proportionnelles** si l'on peut calculer la valeur de l'une en multipliant la valeur de l'autre par un nombre non nul (TOUJOURS LE MEME) appelé **coefficient de proportionnalité**.

Exemple : Le prix et le poids du raisin sont deux grandeurs proportionnelles.

Poids (en kg)	1	3	2,5	0,7
Prix (en €)	3,50	10,50	8,75	2,45



$$\text{On a } \frac{3,5}{1} = \frac{10,5}{3} = \frac{8,75}{2,5} = \frac{2,45}{0,7} = 3,5$$

Attention, il n'y a pas tout le temps proportionnalité.

Exemple : L'âge et la taille d'une personne

2) Quatrième proportionnelle

Méthode 1 : Propriétés sur les colonnes.

12	36	14	26	40
27,6	x	32,2	59,8	y

Calcul de x :

On sait que $12 \times 3 = 36$

Donc : $x = 27,6 \times 3 = 82,8$

Calcul de y :

On sait que $14 + 26 = 40$

Donc : $y = 32,2 + 59,8 = 92$

Méthode 2 : la « règle de 3 » ou « retour à l'unité »

Un fromager vend 2,40€ les 150g de Beaufort. Combien peut-on en acheter avec 5€ ?

Avec 2,40 €, on achète 150g de fromage.

Avec 1€, on achète $\frac{150}{2,40}$ g de fromage.

Avec 5€, on achète $\frac{150}{2,40} \times 5 = 312,5$ g de fromage.

Méthode 3 : les produits en croix

Louise a téléchargé un fichier de 30Mo en 27 s. On suppose que la vitesse de téléchargement reste constante.

Quelle sera la durée de téléchargement d'un fichier de 80 Mo ?

Taille (en mo)	30	80
Durée (en s)	27	d

Comme la taille du fichier et la durée sont des grandeurs proportionnelles, on a

$$\frac{30}{27} = \frac{80}{d}$$

D'après l'égalité des produits en croix, on a :

$$27 \times 80 = 30 \times d$$

Soit $d = \frac{27 \times 80}{30} = 72$

Conclusion : il faudra 72s soit 1min 12s pour télécharger le fichier de 80mo

1- Construire le tableau de proportionnalité, on met une lettre à la place de la valeur inconnue.

3- Écrire l'égalité du coefficient de proportionnalité

4- Utiliser l'égalité des produits en croix et calculer le résultat

5- Conclure

II - Représentations graphiques

Propriété (admise) :

Une situation de proportionnalité est représentée graphiquement dans un repère par des points alignés entre eux et avec l'origine de ce repère.

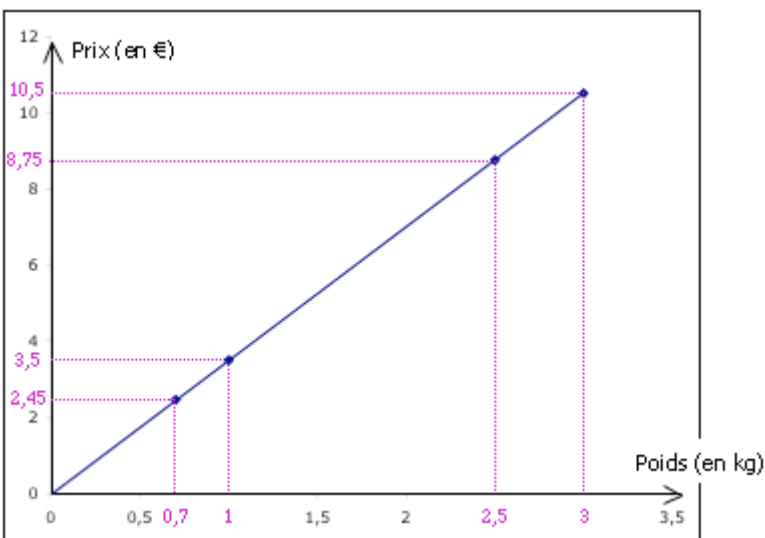
Exemple : Reprenons l'exemple du début

Le prix et le poids du raisin sont deux grandeurs proportionnelles.

Poids (en kg)	1	3	2,5	0,7
Prix (en €)	3,50	10,50	8,75	2,45

x 3,5

Les points sont alignés avec l'origine du repère.

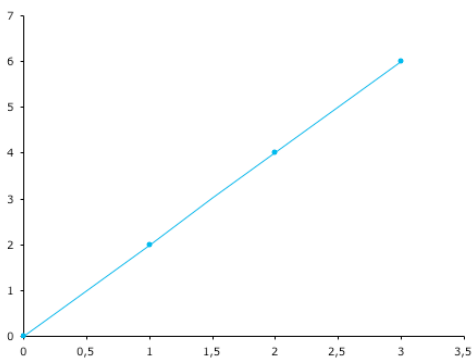


ATTENTION ! La lecture graphique ne fournit qu'un ordre de grandeur. Seul un calcul fournit une valeur exacte.

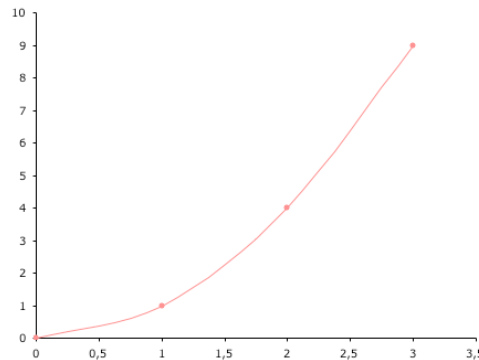
Propriété réciproque (admise) :

Si les points d'un graphique sont alignés entre eux et avec l'origine, alors ces points représentent une situation de proportionnalité.

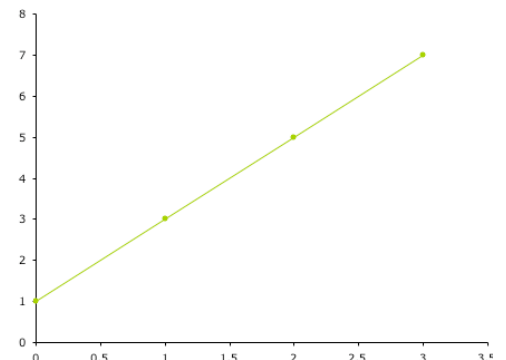
Ces graphiques représentent-ils une situation de proportionnalité ?



Oui, car les points sont alignés avec l'origine



Non, car les points ne sont pas alignés



Non, les points sont alignés, mais pas avec l'origine.

III - Pourcentages

Définition :

Une proportion est une relation entre une quantité partielle et une quantité totale.

$$\text{Proportion} = \frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}}$$

Si cette fraction a un dénominateur égal à 100, on parle alors de pourcentage.

Aide mémoire :



$$\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$$

Exemple 1 : Calculer un pourcentage.

Dans le collège Archimède, il y a 560 élèves et 168 étudient l'italien. Quel est le pourcentage d'élèves étudiant l'italien ?

$$\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$$

$$\frac{168}{560} = \frac{p}{100}$$

D'après l'égalité des produits en croix

$$p \times 560 = 168 \times 100$$

$$\text{Donc } p = \frac{168 \times 100}{560} = 30$$

Il y a donc 30 % d'élèves qui étudient l'italien dans ce collège.

1- On rappelle la relation pour les pourcentages

2- On identifie dans le texte les valeurs, et on remplace

3- On utilise l'égalité des produits en croix

4- On conclut

Exemple 2 : Appliquer un pourcentage.

Dans une classe de 30 élèves, 60% des élèves pratiquent un sport. Quel est le nombre de sportifs dans cette classe ?

$$\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$$

$$\frac{x}{30} = \frac{60}{100}$$

D'après l'égalité des produits en croix

$$x \times 100 = 30 \times 60$$

Donc $x = \frac{30 \times 60}{100} = 18$

Il y a donc 18 élèves sportifs dans cette classe.

1- On rappelle la relation pour les pourcentages

2- On identifie dans le texte les valeurs, et on remplace

3- On utilise l'égalité des produits en croix

4- On conclut

Exemple 3 : Augmentation(s) et pourcentage

Dans une pépinière, plus un arbre est âgé, plus son prix est élevé. Voici la règle qui a été décidée : tous les ans, le prix d'un arbre est augmenté de 15 %.

Un jeune épicéa était vendu au prix de 18€ il y a deux ans, en 2020. Quel est son prix aujourd'hui en 2022?

Augmentation de 2020 à 2021

$$\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$$

$$\frac{x}{18} = \frac{15}{100}$$

D'après l'égalité des produits en croix

$$x \times 100 = 15 \times 18$$

Donc $x = \frac{15 \times 18}{100} = 2,7$

L'augmentation a été de 2,70€, donc le prix en 2021 était de 18 € + 2,70€ = 20,70 €

Augmentation de 2021 à 2022

1- D'après l'énoncé, on sent qu'il va falloir faire 2 augmentations

2- Ici, quantité partielle = augmentation
quantité totale = prix actuel

3 – On calcule le nouveau prix

4- On recommence pour la 2eme année
Attention, on ne peut pas simplement ajouter les 2,70€ à nouveau !!! Il faut

$$\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$$

$$\frac{x}{20,70} = \frac{15}{100}$$

D'après l'égalité des produits en croix

$$x \times 100 = 15 \times 20,70$$

Donc $x = \frac{15 \times 20,70}{100} \approx 3,11$

L'augmentation a été de 3,11€, donc le prix en 2022 est de 20,70€ + 3,11€ = 23,81 €

recalculer le pourcentage

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Définition de la proportionnalité	Oui	Non
Egalité des produits en croix	Oui	Non
Proportionnalité et représentation graphique	Oui	Non
Proportion et pourcentage : $\frac{\text{quantité partielle}}{\text{quantité totale}} = \frac{\text{Pourcentage}}{100}$	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Reconnaitre une situation de proportionnalité	Oui	Non
Modéliser un problème => tableau de proportionnalité	Oui	Non
Calculer une valeur manquante dans un tableau de proportionnalité	Oui	Non
Résoudre un problème impliquant des pourcentages	nOui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.