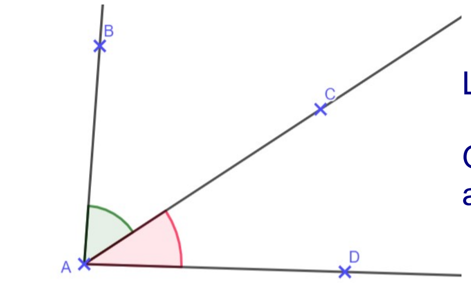
Triangles et angles

I - Angles adjacents

1) Définition

Définition : deux angles sont dits adjacents lorsque :
- ils ont le même sommet
- ils ont un côté en commun
- ils sont de part et d'autre de ce côté

Exemples :



Les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{CAD}$ sont adjacents.

On remarque que les côtés de ces deux angles sont 3 demi-droites ayant la même origine : [AB), [AC) et [AD)

Conséquence : $\widehat{BAC}+\widehat{CAD}=\widehat{BAD}$

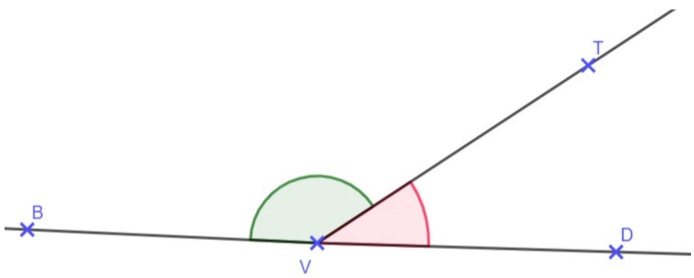
2) Angles complémentaires et supplémentaires

Définitions :

Deux angles sont dits complémentaires lorsqu'ils sont adjacents et que la somme de leur mesure est égale à 90°.

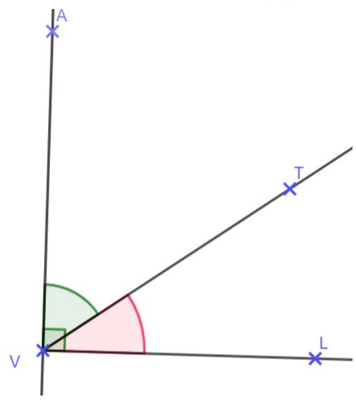
Deux angles sont dits supplémentaires lorsqu'ils sont adjacents et que la somme de leur mesure est égale à 180°.

Exemples :



Les points B, V et D sont alignés, l'angle widehat BVD est un angle plat . $\widehat{BVD}=180°$

Les angles $\widehat{BVT}$ et $\widehat{DVT}$ sont supplémentaires car $\widehat{BVT}+\widehat{DVT}=\widehat{BVD}=180°$



L'angle $\widehat{AVL}$ est un angle droit, $\widehat{AVL}=90°$

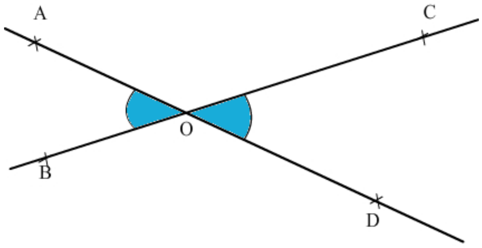
Les angles $\widehat{AVT}$ et $\widehat{TVL}$ sont complémentaires car $\widehat{AVT}+\widehat{TVL}=\widehat{AVL}=90°$

II - Angles égaux

1) Angles opposés par le sommet

Définition : deux angles sont dits angles opposés par le sommet si :
- ils sont formés par deux droites sécantes
- ils ont le même sommet
- les côtés de l'un sont les prolongements des côtés de l'autre.

Exemple :
Les angles $\widehat{BOA}$ et $\widehat{DOC}$ (marqués en bleu) sont opposés par le sommet.

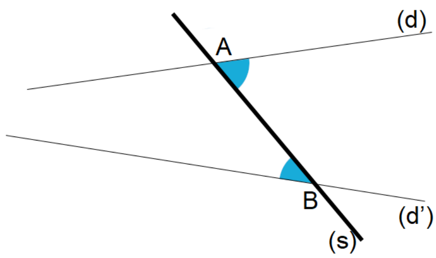


Propriété : Deux angles opposés par le sommet ont toujours même mesure

2) Angles alternes-internes

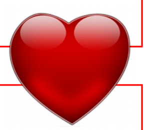
Définition: Soient deux droites (d) et (d') coupée par une droite (s) en deux points A et B. Deux angles sont alternes-internes quand :
- ils sont situés de part et d'autre de la droite (s)
- ils sont "entre" les droites (d) et (d')
- ils ont pour sommet A et B.

Remarque : bien que le nom « alternes-internes » soit assez compliqué, il a un certain sens :
- Alterne : comme « alterné », un d'un côté, un de l'autre
- Interne : à l'intérieur



3) Angles et parallèles

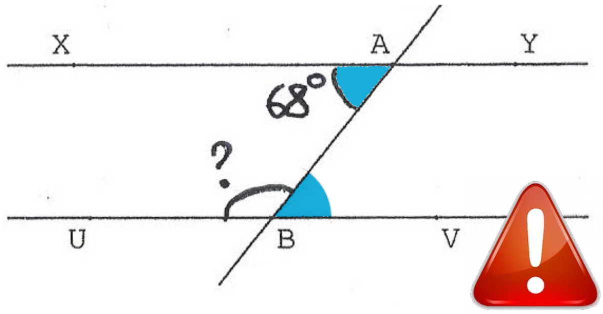
Propriétés :
- Si deux droites sont parallèles et coupées par une même sécante alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.



Propriété réciproque
- Si deux droites coupées par une même sécante forment des angles alternes-internes de même mesure alors elles sont parallèles.

Remarque : les deux propriétés ci-dessus se ressemblent beaucoup, si ce n'est qu'elles sont inversées l'une par rapport à l'autre. On dit qu'elles sont réciproques.

Exemple :
Dans la figure ci-contre, les droites (XY) et (UV) sont parallèles. Calculer la valeur de l'angle $\widehat{ABU}$.



Je sais que : (XY) // (UV)
$\widehat{VBA}$ et $\widehat{BAX}$ sont alternes-internes
(angles en bleu sur la figure)

Or : Si deux droites sont parallèles et coupées par une même sécante alors elles forment des angles alternes-internes de même mesure.

Donc : $\widehat{VBA}=\widehat{BAX}=68°$

De plus, on sait que $\widehat{ABU}+\widehat{ABV}=180°$ car $\widehat{UBV}$ est un angle plat (180°)
Donc $\widehat{ABU}=180°-68°=112°$

Conclusion : $\widehat{ABU}$ mesure 112°

III - Angles d'un triangle

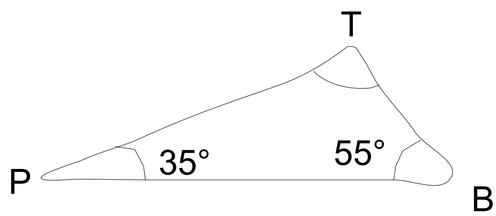
1) Somme des angles

Voir activité dans le cahier d'exercice

Propriété :
Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.

Conséquences :
- Un triangle ne peut pas avoir un angle supérieur à 180°
- Un triangle ne peut pas avoir deux angles droits

Exemple : Le triangle BTP est-il rectangle ?



Dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°, donc :

$\widehat{PTB}+\underbrace{35°+55°}=180°$

$\widehat{PTB}+\quad 90° \quad =180°$

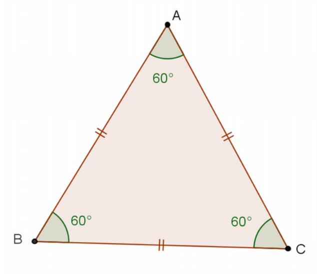
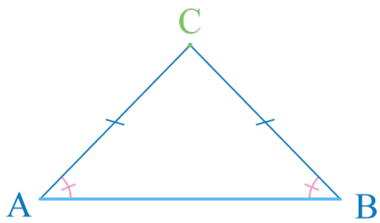
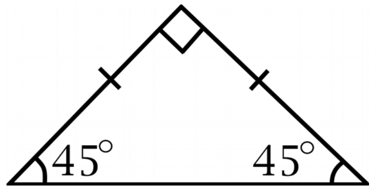
Donc $\widehat{PTB}=180°-90°=90°$

Donc le triangle BTP est rectangle en T.

2) Triangles particuliers

Rappels :

- triangle équilatéral : 3 côtés égaux
- triangle isocèle : 2 côtés égaux
- triangle rectangles : 1 angle droit
- triangle isocèle rectangle : 1 angle droit et deux côtés égaux

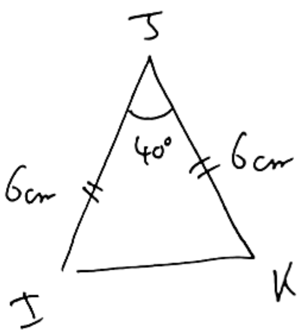
Triangle	Propriété des angles	Schéma
Équilatéral	3 angles de même mesure : 60°	
Isocèle	2 angles à la base de même mesure	
Isocèle rectangle	1 angle de 90° et deux angles de 45°	

Exemple :

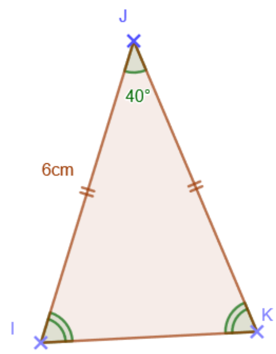
1/ Tracer le triangle IJK, tel que $\widehat{IJK}=40°$, et JI = JK = 6cm.

2/ Quelle est la mesure des deux autres angles de ce triangle ?

1/ Schéma à main levée :



Tracé réel :



Remarque : Pour les angles du triangle, on demande de les calculer (on peut les mesurer, mais ce n'est pas suffisant, cela peut juste servir à valider la réponse finale).

2/

On sait que le triangle IJK est un triangle isocèle en J.
Or, dans un triangle isocèle, les deux angles à la base ont la même mesure.
Donc $\hat{I} = \widehat{K}$

De plus, dans un triangle, la somme des angles est égale à 180°.
Donc $\hat{I} = (180° - 40°) \div 2$
$\hat{I} = 140° \div 2$
$\hat{I} = 70°$

Conclusion : les deux angles $\hat{I}$ et $\hat{J}$ de ce triangle mesurent 70°

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Vocabulaire des angles (adjacents, complémentaires, supplémentaires, opposés par le sommet, alternes-internes)	Oui	Non
Propriété : Angles alternes-internes et droites parallèles	Oui	Non
Somme des angles dans un triangle	Oui	Non
Angles des triangles particuliers	Oui	Non
Savoir-faire	**Je sais faire**	
Identifier les types d'angles	Oui	Non
Utiliser les différentes propriétés et définitions pour calculer un angle	Oui	Non
Rédiger de façon claire et structurée votre raisonnement	Oui	Non