

# Équations

## I - Définitions et vocabulaire

### Définition :

Une **équation** est une égalité dans laquelle interviennent un ou plusieurs nombre(s) inconnu(s). Ceux-ci sont souvent désignés par des lettres.

### Exemple :

$5x + 2 = 2x + 11$  est une équation d'inconnue  $x$ .

Premier membre    Second membre

### Définition :

**Résoudre une équation d'inconnue**  $x$ , c'est déterminer toutes les valeurs de  $x$  (si elles existent) qui rendent l'égalité de l'équation vraie.

Chacune de ces valeurs est une **solution** de l'équation.

### Exemple :

$5x + 2 = 2x + 11$  est une équation d'inconnue  $x$ .

Résoudre cette équation c'est trouver toutes les valeurs de  $x$  qui rendent cette égalité vraie.

Si  $x = 3$  :  $5x + 2 = 5 \times 3 + 2 = 15 + 2 = 17$

$2x + 11 = 2 \times 3 + 11 = 6 + 11 = 17$

Donc 3 est une solution de l'équation  $5x + 2 = 2x + 11$ .

### Remarques :

- L'équation  $x + 3 = x + 3$  admet une infinité de solutions : l'égalité est vraie pour tous les nombres !
- L'équation  $0 \times x = 7$  n'admet aucune solution : on ne peut pas trouver de nombre qui, multiplié par 0 donne 7.

## II - Transformer une égalité

### 1) Propriétés

#### Propriété 1 (admise)

On ne change pas une égalité lorsque l'on ajoute (ou soustrait) un même nombre à chacun de ses membres.

#### Propriété 2 (admise)

On ne change pas une égalité lorsque l'on multiplie (ou divise) chacun de ses membres par un même nombre non nul.

### 2) Quelques exemples pour commencer

1) Résoudre l'équation  $x + 4 = 7$  :

$$\begin{array}{ccc} & x + 4 = 7 & \\ \leftarrow -4 & & \leftarrow -4 \\ x + 4 - 4 = 7 - 4 & & \\ x = 3 & & \end{array}$$

3 est la solution de cette équation.

2) Résoudre l'équation  $3x = 24$

$$\begin{array}{ccc} & 3x = 24 & \\ \leftarrow :3 & & \leftarrow :3 \\ \frac{3x}{3} = \frac{24}{3} & & \\ x = 8 & & \end{array}$$

8 est la solution de cette équation.

3) Résoudre l'équation  $5x + 3 = 18$

$$\begin{array}{ccc} & 5x + 3 = 18 & \\ \leftarrow -3 & & \leftarrow -3 \\ 5x + 3 - 3 = 18 - 3 & & \\ & 5x = 15 & \\ \leftarrow :5 & & \leftarrow :5 \\ \frac{5x}{5} = \frac{15}{5} & & \\ x = 3 & & \end{array}$$

Vérification :  $5x+3=5\times 3+3=15+3=18$   
3 est la solution de cette équation.

#### Méthode :

Objectif : avoir x tout seul

- On regroupe d'abord tous les x d'un coté, les nombres de l'autre (à l'aide de soustractions)
- On réduit
- On divise pour isoler x

### III - Résoudre une équation à une inconnue

Exemple : résoudre l'équation  $11x + 12 = 4x + 9$

Attention à aligner verticalement le signe =

$$11x - 12 = 4x + 9$$

$$\overset{+12}{\curvearrowright} 11x + -12 + 12 = 4x + 9 + 12 \overset{+12}{\curvearrowleft}$$

1- On rassemble les termes constants dans un membre

$$11x = 4x + 21$$

$$\overset{-4x}{\curvearrowleft} 11x - 4x = 4x + 21 - 4x \overset{-4x}{\curvearrowright}$$

2- On rassemble les termes en x, dans l'autre membre

$$7x = 21$$

$$\overset{:7}{\curvearrowleft} x = \frac{21}{7} \overset{:7}{\curvearrowright}$$

$x = 3$

3- Pour annuler l'opération «  $\times 7$  » on divise par 7, et on obtient la valeur de x.

Vérification :

$$11x - 12 = 11 \times 3 - 12 = 33 - 12 = 21$$

$$4x + 9 = 4 \times 3 + 9 = 12 + 9 = 21$$

4- On vérifie que la solution fonctionne

Cette équation a pour solution  $x = 3$

5 – On conclut

### IV - Résoudre un problème

Vocabulaire : modéliser un problème, c'est trouver les expressions mathématiques (ici des équations) pour décrire la situation du problème

Problème de départ :

Jules achète des DVD à 14€ pièce. Émilie achète 2 DVD de plus que Jules. Les DVD achetés par Émilie coûtent 10€ pièce, et ils ont tous les deux payé la même somme. Combien Jules a-t-il acheté de DVD ?

On appelle x, le nombre de DVD achetés par Jules.

1- Choix de l'inconnue (voir question du problème)

Somme payée par Jules :  $14x$   
 Somme payée par Émilie :  $10(x + 2)$   
 $= 10x + 20$

2- Mise en équation du problème, prendre le temps de développer et réduire

Ils ont tous les deux payés la même somme.  
 Donc

3- Résolution de l'équation

$$14x = 10x + 20$$

$$\overset{-10x}{\curvearrowleft} 14x - 10x = 10x + 20 - 10x \overset{-10x}{\curvearrowright}$$

$$\overset{:4}{\curvearrowleft} 4x = 20 \overset{:4}{\curvearrowright}$$

$$x = 5$$

Vérification :

4- Vérification du résultat

$$14x = 14 \times 5 = 70$$

$$10(x + 2) = 10(5 + 2) = 10 \times 7 = 70$$

Jules a donc acheté 5 DVD, et Émilie 7.

5- Conclusion

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Vocabulaire des équations (inconnue, solution, résoudre)	Oui	Non
Propriétés pour modifier une équation	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Résoudre des équations simples, exemples : $x+7=10$ $4x=22$ $3x+7=16$	Oui	Non
Résoudre une équation complexe ( $2x+6=7x-14$ )	Oui	Non
Rédiger correctement la résolution d'une équation (signes = alignés verticalement, flèches)	Oui	Non
Modéliser un problème par une équation	Oui	Non



*Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.*