

# Théorème de Pythagore,

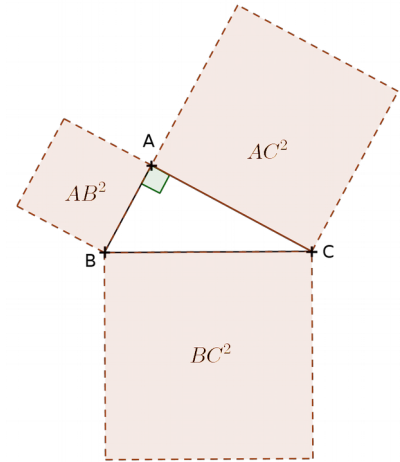
## I - Égalité de Pythagore (rappels de 4eme)

### Théorème de Pythagore

Si un triangle est rectangle, alors le carré de la longueur de l'hypoténuse, est égal à la somme des carrés des longueurs des côtés de l'angle droit.

Autrement dit, si un triangle ABC est rectangle en A, alors  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

Cette égalité est appelée « égalité de Pythagore »



### Exemple :

BC est l'hypoténuse (côté le plus long, en face de l'angle droit)

$$BC^2 = AB^2 + AC^2$$

### Réciproque du théorème de Pythagore

Si l'égalité de Pythagore est vérifiée dans un triangle, alors il est rectangle, et son côté le plus long est son hypoténuse

### 1) Déterminer si un triangle est rectangle

Exemple : le triangle ABC tel que  $AB = 6,3$  cm,  $BC = 8,2$  cm et  $AC = 10,3$ cm est-il rectangle ?

On a  $AC^2 = 10,3^2 = 106,09$

et  $AB^2 + BC^2 = 6,3^2 + 8,2^2 = 106,93$

L'égalité de Pythagore n'est pas vérifiée pour le triangle ABC, donc il n'est pas rectangle.

Remarque : Si l'égalité de Pythagore est vérifiée, grâce à la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle est rectangle.

### 2) Calculer une longueur

Exemple : Le triangle MNP est rectangle en M. On sait aussi que  $MN = 4,5$ cm et  $NP = 7$ cm.

Quelle est la longueur du segment [MP] ?

On donnera une valeur approchée au dixième près.

MNP est un triangle rectangle en M,

d'après l'égalité de Pythagore, on a donc

$$NP^2 = MN^2 + MP^2$$

$$7^2 = 4,5^2 + MP^2$$

$$49 = 20,25 + MP^2$$

$$MP^2 = 49 - 20,25 = 28,75$$

28,75 est positif, donc  $MP = \sqrt{28,75}$   
 $NP \approx 5,4$

## II - Applications

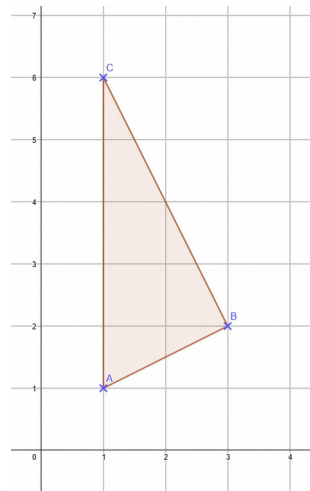
### 1) Repérage dans le plan et longueurs

Exemple :

Dans le repère suivant, placer les points suivants :

- A (1,1)
- B (3,2)
- C (1,6)

- 1) Calculer la longueur du segment [AB].
- 2) Calculer la longueur du segment [BC].
- 3) Le triangle ABC est-il un triangle rectangle ?



- 1) On rajoute le point D pour que le triangle ABD soit rectangle en D. On a AD = 2 et BD = 1

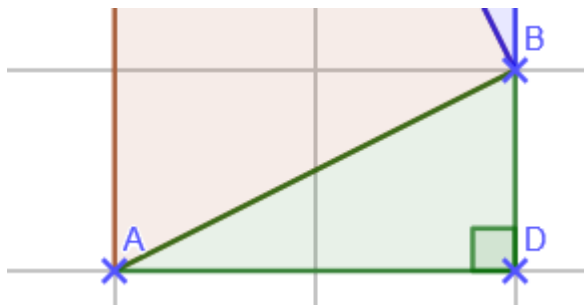
D'après le théorème de Pythagore :

$$AB^2 = AD^2 + BD^2$$

$$AB^2 = 2^2 + 1^2$$

$$AB^2 = 5$$

$$AB = \sqrt{5}$$



- 2) De même, on rajoute un point E, afin que le triangle BEC soit rectangle en E. On a CE = 2 et BE = 4.

D'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = EC^2 + EB^2$$

$$BC^2 = 2^2 + 4^2$$

$$BC^2 = 4 + 16$$

$$BC^2 = 20$$

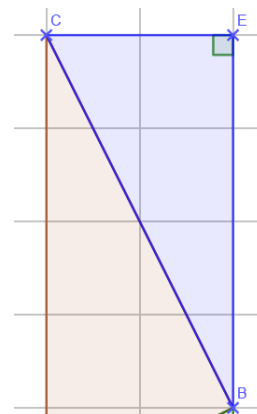
$$BC = \sqrt{20}$$

- 3) Par lecture sur le graphique : AC = 5

$$AC^2 = 5^2 = 25$$

$$AB^2 = (\sqrt{5})^2 = 5$$

$$BC^2 = (\sqrt{20})^2 = 20$$



On a donc  $AB^2 + BC^2 = 25 = AC^2$ , d'après la réciproque du théorème de Pythagore, le triangle ABC est rectangle en B et [AC] est son hypoténuse.

## 2) Calculer la hauteur d'un triangle

Le triangle RTL est un triangle isocèle en T, tel que TL = 7cm et RL = 4cm.

- 1) Tracer ce triangle
- 2) Calculer la longueur de la hauteur issue du sommet T
- 3) Calculer l'aire de ce triangle, on donnera un résultat arrondi au  $\text{cm}^2$  près.

2) On appelle H, le pied de la hauteur issue de C.  
Comme ABC est un triangle isocèle, H est le milieu du segment [AB], donc BH = 2cm

Le triangle HBC est rectangle en H, d'après le théorème de Pythagore :

$$BC^2 = CH^2 + BH^2$$

$$7^2 = CH^2 + 2^2$$

$$49 = CH^2 + 4$$

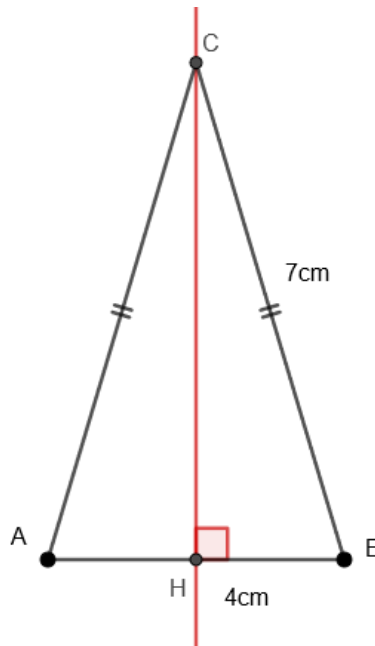
$$CH^2 = 49 - 4 = 45$$

$$\text{Donc } CH = \sqrt{45} \approx 6,70$$

Conclusion, le segment [CH] mesure  $\sqrt{45}$  cm

$$3) \text{ Aire}_{\text{triangle}} = \frac{\text{base} \times \text{hauteur}}{2} = \frac{4 \text{ cm} \times \sqrt{45} \text{ cm}}{2} \approx 13 \text{ cm}^2$$

L'aire de ce triangle est de environ 13  $\text{cm}^2$



Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Théorème de Pythagore	Oui	Non
Notion de réciproque	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Calculer une longueur en utilisant Pythagore	Oui	Non
Déterminer si un triangle est rectangle en connaissant ses 3 longueurs	Oui	Non
Calculer la longueur d'un segment dans un repère du plan	Oui	Non



*Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.*