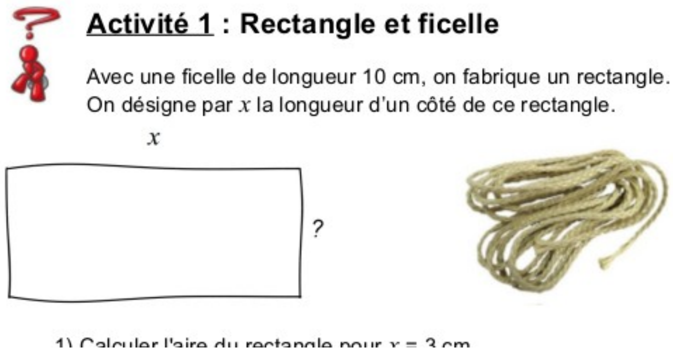
Notion de fonction

I - Vocabulaire et notation

1) Exemple


Activité 1 : Rectangle et ficelle

Avec une ficelle de longueur 10 cm, on fabrique un rectangle.
On désigne par x la longueur d'un côté de ce rectangle.

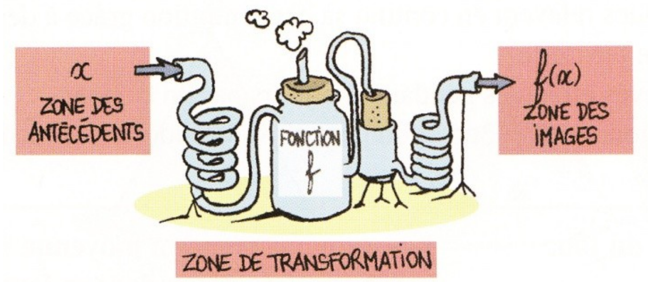
L'aire maximum semble être égale à 6,25 cm lorsque x = 2,5 cm, c'est à dire lorsque notre rectangle devient un carré.

Nous avons créé une fonction qui permet de calculer rapidement l'aire du rectangle, « en fonction de » la valeur de x.

Longueur x (en cm) → $5x - x^2$ → Aire du rectangle (en cm²)

2) *Vocabulaire et définition*

Définition : Une **fonction** est un processus qui, à un nombre donné, fait correspondre un seul nombre.
Pour cela, elle applique une suite d'opérations.



Notations et vocabulaire : Une fonction f permet d'associer au nombre x, le nombre noté f(x) et lu « f de x ».

Le nombre f(x) est l'image de x par la fonction f.
Le nombre x est un antécédent de f(x).

On note : $f : x \rightarrow f(x)$

Exemple :
La fonction qui permet de calculer l'aire formée par la corde

$A : x \rightarrow 5x - x^2$

$A(x) = 5x - x^2$

Exemple 1: $f : x \rightarrow -2x^2 + 1$
Calculer les images de 0,2 et -2

- f(0) = -2 x 0² + 1 = 1, donc 1 est l'image de 0 par la fonction f
- f(2) = -2 x 2² + 1 = -7
- f(-2) = -2 x (-2)² + 1 = -7

Donc -7 a pour antécédents 2 et -2

Remarques :

- Un nombre possède une unique image.
- Cependant, un nombre peut posséder plusieurs antécédents.

Exemple 2 : Calculer l'antécédent de 10 par la fonction $f : x \rightarrow 2x$.

On résout l'équation $f(x) = 10$

Chercher l'antécédent de 10 revient à trouver le nombre x tel que $f(x) = 10$.

$2x = 10$

$x = 5$

L'antécédent de 10 par la fonction f est 5.

On conclut.

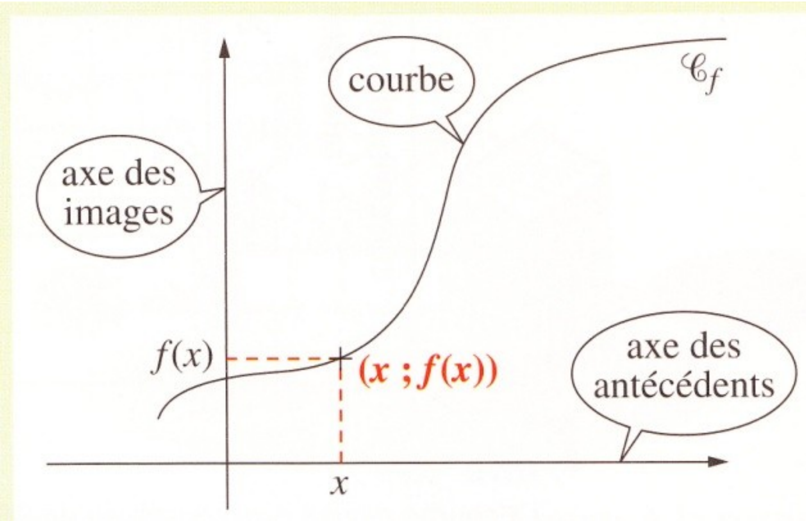
Remarque :

Il ne faut pas confondre f et $f(x)$. f est une fonction (processus) et $f(x)$ est un nombre.

-

II - Représentation graphique

Définition : Dans un repère, a représentation graphique d'une fonction f est l'ensemble des points dont les coordonnées sont (x,f(x)) .

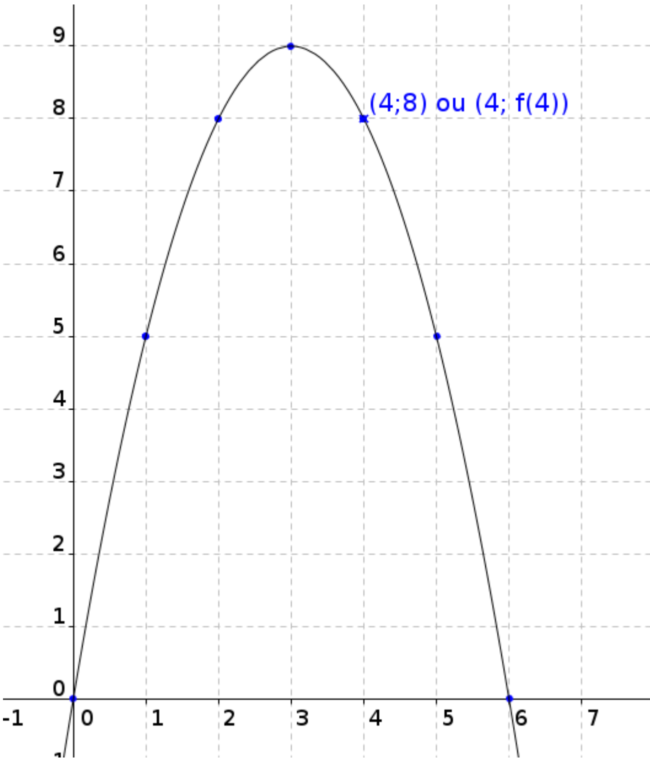


Exemple 1 : tracer la courbe C représentant la fonction $f : x \to 6x - x^2$ pour x allant de 0 à 7.

On construit d'abord un tableau de valeurs

x	0	1	2	3	4	5	6	7
f(x)	0	5	8	9	8	5	0	-7

Tout point de la courbe *C* possède donc des coordonnées de la forme (x ; $f(x)$).

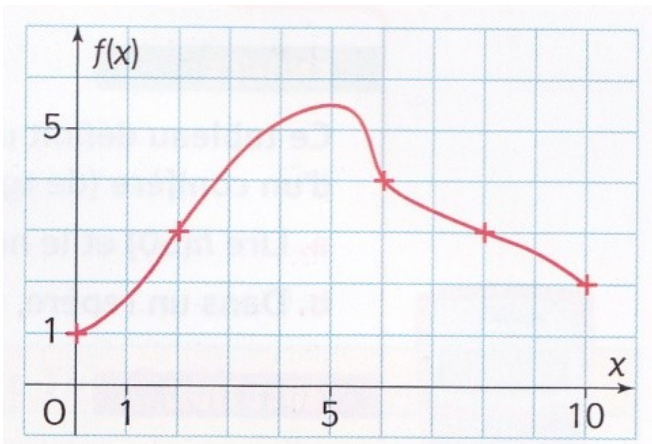


Remarques :

- Cette courbe n'est pas complète, car le tableau ne contient qu'une certaine partie des valeurs.
- Pour tracer ces courbes, on peut facilement utiliser des logiciels (tableur, géogébra) ou une calculatrice graphique (au lycée).

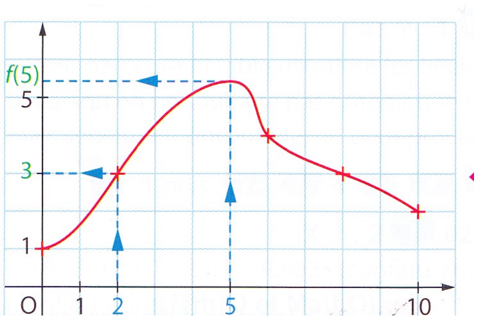
Exemple 2 :

Voici une représentation graphique de la fonction f.



Donner :

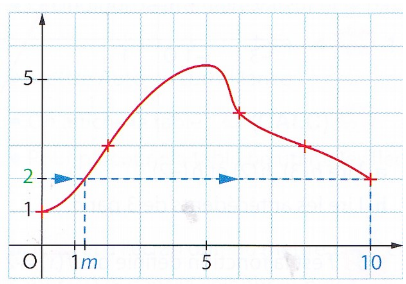
- L'image de 2 par la fonction f.
- Les antécédents de 2 par la fonction f
- Les antécédents de 6 par la fonction f



<u>Pour lire l'image de 2</u> :

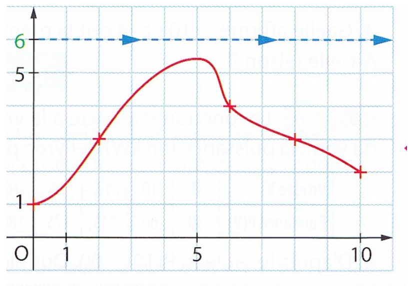
- On place 2 sur l'axe des abscisses ;
- On se déplace parallèlement à l'axe des ordonnées jusqu'à la courbe, puis parallèlement à l'axe des abscisses jusqu'à l'axe des ordonnées ;
- Ce trajet aboutit à 3 sur l'axe des ordonnées : <u>3 est l'image de 2.</u>

Pour l'image de 5 :
Le graphique ne permet pas de donner la valeur exacte de l'image de 5. On a : $f(5) \approx 5{,}5$



<u>Pour lire les antécédents de 2</u> :

- On place 2 sur l'axe des ordonnées ;
- On se déplace parallèlement à l'axe des abscisses jusqu'à la courbe, puis parallèlement à l'axe des ordonnées jusqu'à l'axe des abscisses ;
- Ce trajet aboutit à m et 10 sur l'axe des abscisses : 2 a deux antécédents 10 et environ 1,2.



<u>Antécédents de 6</u>

A partir de 6 sur l'axe des ordonnées, on se déplace parallèlement à l'axe des abscisses, mais se trajet ne rencontre pas la courbe.
Donc : 6 n'a pas d'antécédent.

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Définition d'une fonction, image, antécédent	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Déterminer l'image ou l'antécédent d'un nombre à partir :		
- de la définition de la fonction (calcul ou équation)	Oui	Non
- d'un tableau de valeur	Oui	Non
- d'une représentation graphique	Oui	Non
Tracer la représentation graphique d'une fonction	Oui	Non