

Puissances

I - Puissances d'un nombre relatif

1) Définitions et notations

Définition :

a désigne un nombre relatif et n un nombre entier non nul

- Le produit de n facteurs tous égaux à a est le nombre a^n tel que

$$\underbrace{a^n = a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

- Si $n=1$ alors $a^1 = a$.

- Si $n=0$ alors $a^0 = 1$. pour $a \neq 0$ (convention)

- $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ a^{-n} est l'inverse de a^n .

Exemples :

- $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$
- $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$
- $17^1 = 17$

- $99^0 = 1$
- $a^{-1} = \frac{1}{a}$
- $2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16}$

Propriété admise (cas particulier des puissances de 10)

n désigne un nombre entier positif. $10^n = \underbrace{10 \dots 0}_{n \text{ zéros}}$ et $10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$

Exemples :

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^9 = 1\,000\,000\,000\,000$$

$$10^{-4} = 0,000\,1$$

$$10^{-7} = 0,000\,000\,1$$

Exercices : Ex 10-11-12 p14

2) Opérations sur les puissances

Propriétés (admises) :	Propriété	Exemple
a est un nombre relatif non nul ; m et n sont deux nombres entiers relatifs.	$a^m \times a^n = a^{m+n}$	$5^2 \times 5^3 = 5^{2+3} = 5^5$
	$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$	$\frac{7^2}{7^5} = 7^{2-5} = 7^{-3}$
	$(a^m)^n = a^{m \times n}$	$(11^3)^2 = 11^{3 \times 2} = 11^6$
	$(ab)^n = a^n \times b^n$	$(10a)^3 = 10^3 \times a^3 = 1000a^3$
	$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$	$\left(\frac{3}{5}\right)^4 = \frac{3^4}{5^4} = \frac{81}{625}$

Propriété :

- Les calculs entre parenthèses sont prioritaires.
- Ensuite, on calcule les puissances avant d'effectuer les autres opérations.

Exemple complexe :

$$A = \frac{(3^4)^2 \times 2^{11}}{2^8 \times 3^5} = \frac{3^8 \times 2^{11}}{2^8 \times 3^5} = \frac{3^8}{3^5} \times \frac{2^{11}}{2^8} = 3^{8-5} \times 2^{11-8} = 3^3 \times 2^3 = 27 \times 8 = 216$$

Exercices : ex 28 à 47 p 15

II - Écriture scientifique

Propriété :

Tout nombre décimal admet une notation scientifique de la forme $a \times 10^p$ où :

- a est un nombre décimal tel que sa distance à 0 soit compris entre 1 et 10 ($a \neq 10$)
- p est un entier relatif.

Remarque : le nombre a possède un seul chiffre avant la virgule, et ce chiffre est différent de zéro.

Exemples 1 : Donner l'écriture scientifique des nombres suivants :

$$203\,003 = 2,03003 \times 10^5$$

$$0,00042 = 4,2 \times 10^{-4}$$

Méthode :

- 1- Recopier le nombre après le signe « égale »
- 2- Placer devant la virgule de façon à avoir un seul chiffre (différent de 0) avant
- 3- Compter le nombre de décalage de virgule => cela vous donne l'exposant sur la puissance de 10

Attention : si vous travaillez avec un grand nombre, l'exposant est positif, si c'est un très petit nombre, c'est négatif

$$67,4 \times 10^{-7} = 6,74 \times 10^1 \times 10^{-7} = 6,74 \times 10^{-6}$$

$$324,6 \times 10^{13} = 3,246 \times 10^2 \times 10^{13} = 3,246 \times 10^{15}$$

Les deux derniers exemples sont presque bons, mais le nombre devant la puissance de 10 contient plus d'un chiffre avant la virgule. Il faut donc d'abord le convertir (67,4 ou 324,6) en écriture scientifique puis additionner les puissances de 10

Exemples 2 : Donner l'écriture décimale des nombres suivants

$$1,523 \times 10^4 = 15\,230$$

$$-2,3 \times 10^{-7} = -0,000\,000\,23$$

Il faut raisonner à l'envers par rapport aux exemples précédents :
 1- On recopie le nombre sans la puissance de 10.
 2- On décale la virgule, rajouter des 0 si besoin

Attention : si l'exposant est positif, ce sera un grand nombre, si l'exposant est négatif, ce sera un nombre proche de 0

Exercices : ex 15 à 20 p 14
 ex 2 à 8 p 13

III - Puissances et système métrique

Rappels :

- $1\text{kg} = 1000\text{g} = 10^3\text{g}$
- $1\text{mg} = 0,001\text{g} = 10^{-3}\text{g}$

Dans le système métrique, chaque préfixe (milli, centi, kilo, méga, ...) est associé à une puissance de 10, qui permet de passer de l'unité de base à cette nouvelle unité.

Préfixe	Notation	Coefficient	Puissance de 10
Téra	T	1 000 000 000 000	10^{12}
Giga	G	1 000 000 000	10^9
Méga	M	1 000 000	10^6
kilo	k	1000	10^3
hecto	h	100	10^2
déca	da	10	10^1
	Unité de base (g, m, L ...)	1	
déci	d	0,1	10^{-1}
centi	c	0,01	10^{-2}
milli	m	0,001	10^{-3}
micro	μ	0,000 001	10^{-6}
nano	n	0,000 000 001	10^{-9}
pico	p	0,000 000 000 001	10^{-12}

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Définition puissances à exposant positif ou négatif		
Propriétés pour le calcul des puissances		
Priorités de calcul		
Définition de l'écriture scientifique d'un nombre		
Système métrique : connaître tous les préfixes et la puissance de 10 correspondante		
Savoir-faire	Je sais faire	
Mener des calculs complexes avec des puissances		
Écrire des puissances de 10 en écriture décimale		
Écriture scientifique : - Passer de l'écriture décimale en écriture scientifique - Passer de l'écriture scientifique en écriture décimale		
Conversion d'unités		



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.