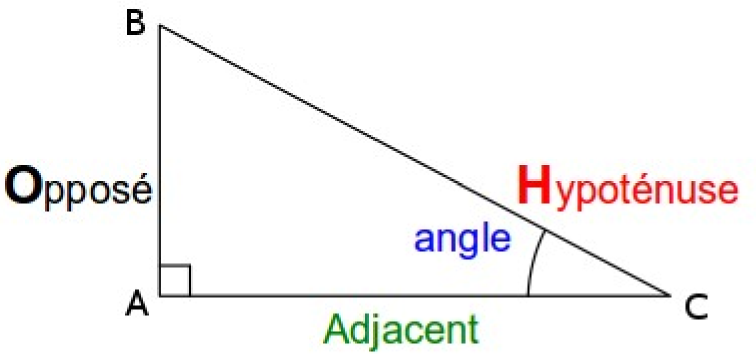
<u>Trigonométrie</u>

Le mot « trigonométrie » vient du grec ancien *trigonos* (triangulaire) et *métron (*mesure).

I - <u>Vocabulaire</u>

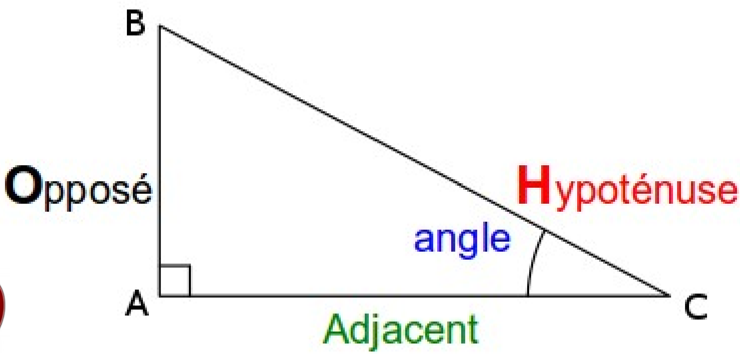
Soit ABC un triangle rectangle en A.
- BC est l'hypoténuse
- AB est le côté opposé à l'angle $\widehat{C}$
- AC est le côté adjacent à l'angle $\widehat{C}$



II - <u>Cosinus, sinus et tangente dans un triangle rectangle</u>

1) <u>Définition</u>

<u>Définitions :</u>
Dans un **triangle rectangle** :
- Le cosinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté adjacent à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- Le sinus d'un angle aigu est égal au quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur de l'hypoténuse.
- La tangente d'un angle aigu est égale au quotient de la longueur du côté opposé à cet angle par la longueur du côté adjacent.



$$\cos\widehat{C}=\frac{Adjacent}{Hypoténuse}=\frac{AC}{BC}$$

$$\sin\widehat{C}=\frac{Opposé}{Hypoténuse}=\frac{AB}{BC}$$

$$\tan\widehat{C}=\frac{Opposé}{Adjacent}=\frac{AB}{AC}$$

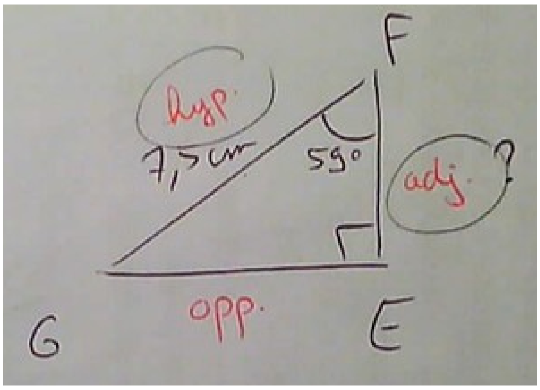
Pour mémoriser : CAH SOH TOA (casse toi !)

CAH : Cosinus = Adjacent sur Hypoténuse
<u>Remarques :</u>
- Le cosinus et le sinus d'un angle aigu sont des nombres compris entre 0 et 1.
- La tangente d'un angle aigu est un nombre positif.
- Dans le triangle ABC rectangle en A, $\cos\widehat{B}=\sin\widehat{C}$.

2) Applications

Exemple 1 : calcul la longueur d'un côté

EFG est un triangle rectangle en E tel que FG = 7,5 cm et $\widehat{EFG}$ = 59°. Calculer la longueur du côté [EF]. On donnera l'arrondi au millimètre.



1/ Faire un schéma, et ajouter adjacent, hypoténuse et opposé

Le triangle EFG est rectangle en E, donc :

$$\cos(\widehat{EFG}) = \frac{EF}{FG}$$

2/ Choisir l'outil :
On a un triangle rectangle. On connaît l'angle $\widehat{EFG}$, la longueur de l'hypoténuse et on demande la longueur du côté adjacent de $\widehat{EFG}$
On va utiliser le cosinus (**CAH** SOH TOA)

$$\frac{\cos(59°)}{1} = \frac{EF}{7{,}5}$$

3/ On remplace les valeurs, et on rajoute « sur 1 » pour préparer le produit en croix

$$EF = \frac{7{,}5 \times \cos(59°)}{1}$$

4/ On utilise l'égalité des produits en croix.

$$EF \approx 3{,}9$$

5/ Avec la machine à calculer, on utilise la touche cos

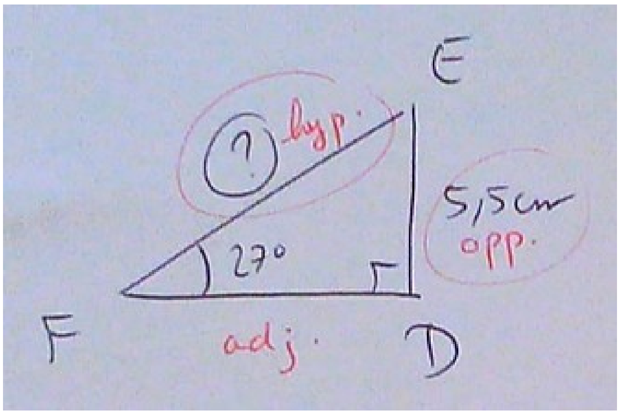
L'arrondi de EF au millimètre est 3,9 cm.

6/ On conclut.

Remarque importante : il faut s'assurer que la calculatrice en réglée en degré (ils y a d'autres unités de mesure d'angles, comme les radians et les grades)

- Vous devez avoir un petit « D » affiché en haut de l'écran.
- Si ce n'est pas le cas, il faut appuyer sur SECONDE => CONFIG, et chercher le réglage des angles.

Exemple 2 : Calculer la longueur de l'hypoténuse.
DEF est un triangle rectangle en D tel que DE = 5,5 cm et $\widehat{DFE}$ = 27°. Calculer la longueur du côté [FE]. On donnera l'arrondi au millimètre.



1/ Faire un schéma complet

2/ Choisir l'outil :
On a un triangle rectangle. On connaît l'angle $\widehat{DFE}$, la longueur de son côté opposé et on demande la longueur de l'hypoténuse.
SOH, on va utiliser le sinus

Le triangle DFE est rectangle en D, donc :

$$\sin \widehat{DFE} = \frac{DE}{EF}$$

$$\frac{\sin(27°)}{1} = \frac{5,5}{EF}$$

3/ On utilise l'égalité des produits en croix.

$$EF = \frac{5,5}{\sin(27°)}$$

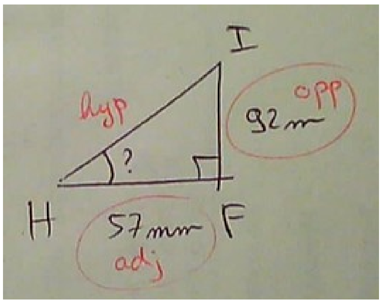
$$EF \approx 12,1$$

L'arrondi de EF au millimètre est 12,1 cm.

4/ Avec la machine à calculer, on utilise la touche sin.

5/ On conclut.

Exemple 3 : Calculer la mesure d'un angle
HFI est un triangle rectangle en F tel que HF = 57mm et FI = 92 mm. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{FHI}$. On donnera l'arrondi au dixième de degré.



1/ Faire un schéma

Le triangle HFI est rectangle en F, donc :

$$\tan \widehat{FHI} = \frac{IF}{HF}$$

$$\tan \widehat{FHI} = \frac{92}{57}$$

D'où : $\widehat{FHI} = \arctan\left(\frac{92}{57}\right) \approx 58,2°$.

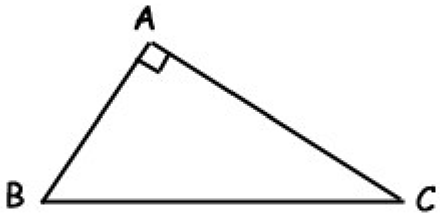
L'arrondi de $\widehat{FHI}$ au dixième de degré est 58,2°.

2/ Choisir l'outil :
On a un triangle rectangle. On connaît la longueur du côté adjacent à l'angle $\widehat{FHI}$ et la longueur de son côté opposé : on va utiliser $\tan \widehat{FHI}$

3/ Avec la machine à calculer, on utilise la touche ARCTAN ou TAN $^{-1}$

4/ On conclut.

III - Relations trigonométriques



Démonstrations :
Soit ABC, triangle rectangle en A.

D'après le théorème de Pythagore, comme ABC est rectangle en A, on a $AB^2 + AC^2 = BC^2$

$$(\cos \widehat{B})^2+(\sin \widehat{B})^2=\left(\frac{AB}{BC}\right)^2+\left(\frac{AC}{BC}\right)^2=\frac{AB^2}{BC^2}+\frac{AC^2}{BC^2}=\frac{AB^2+AC^2}{BC^2}=\frac{BC^2}{BC^2}=1$$

De plus,

$$\frac{\sin \widehat{B}}{\cos \widehat{B}}=\frac{\frac{AC}{BC}}{\frac{AB}{BC}}=\frac{AC}{BC}\times\frac{BC}{AB}=\frac{AC}{AB}=\tan \widehat{B}$$

Propriétés : On considère un angle aigu $\widehat{A}$ alors on a :

$$\left(\cos \widehat{A}\right)^2+\left(\sin \widehat{A}\right)^2=1 \qquad \text{et} \qquad \tan \widehat{A}=\frac{\sin \widehat{A}}{\cos \widehat{A}}$$

Remarque : Pour la première relation, on peut aussi écrire : $\cos^2 \widehat{A}+\sin^2 \widehat{A}=1$.

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Repérage hypoténuse, adjacent et opposé	Oui	Non
Formules de trigonométrie (CAH SOH TOA)	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Repérer la bonne formule	Oui	Non
Calculer une longueur en connaissant un angle et une longueur	Oui	Non
Calculer un angle en connaissant deux longueurs	Oui	Non
Dans un problème, identifier qu'il faut utiliser la trigonométrie	Oui	Non