

Agrandissement – réduction

Triangles semblables

I - Agrandissement, réduction

1) Définitions

Définitions :

Faire un agrandissement d'une figure c'est multiplier toutes les longueurs par un même nombre k plus grand que 1.

Faire une réduction d'une figure c'est multiplier toutes les longueurs par un même nombre k compris entre 0 et 1.

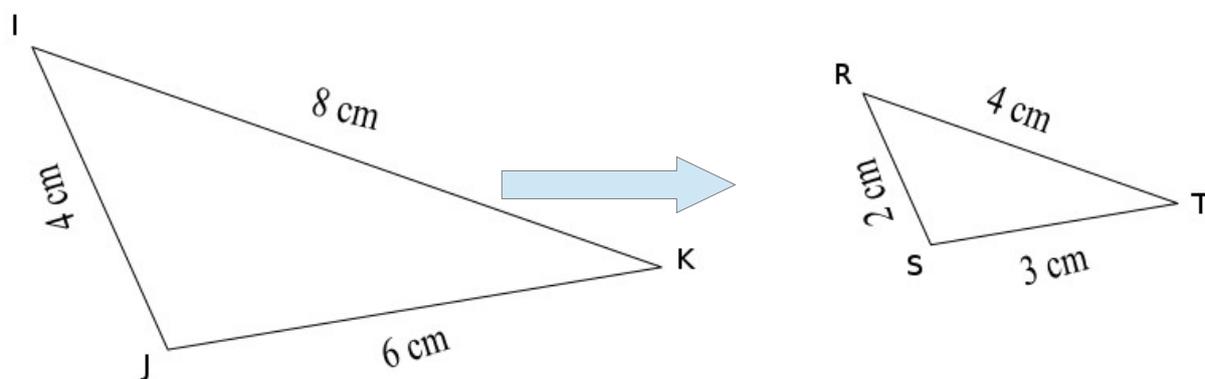
k est appelé coefficient d'agrandissement (ou de réduction).

$$k = \frac{\text{longueur finale}}{\text{longueur initiale}}$$

Remarque :

- Lorsque $k > 1$, les dimensions augmentent, c'est un agrandissement
- Lorsque $0 < k < 1$, les dimensions diminuent, c'est une réduction

Exemple :



Le deuxième triangle est une réduction du premier, les longueurs ont été divisées par 2. On préfère parler de multiplication par $\frac{1}{2}$.

En effet : $4 \text{ cm} \times \frac{1}{2} = 2 \text{ cm}$, $6 \text{ cm} \times \frac{1}{2} = 3 \text{ cm}$ et $8 \text{ cm} \times \frac{1}{2} = 4 \text{ cm}$

Remarque :

$$\frac{\text{longueur réduite}}{\text{longueur initiale}} = \frac{IJ}{RS} = \frac{IK}{RT} = \frac{JK}{ST} = \frac{1}{2} = 0,5$$

2) Effet sur les angles

Propriété : dans un agrandissement (ou une réduction), les angles sont conservés

3) Effet sur les aires

Exemple :

ABCD est un carré de côté 3cm. On crée un carré EFGH, image du carré ABCD par un agrandissement de coefficient 4.

1/ Calculer l'aire du carré ABCD, et celle du carré EFGH

2/ Comment peut t'on passer d'une aire à l'autre rapidement ?

Propriété : Lors d'un agrandissement (ou d'une réduction) de coefficient k, les aires sont multipliées par $k \times k = k^2$.

4) Effet sur les volumes

Propriété : Lors d'un agrandissement (ou d'une réduction) de coefficient k, les volumes sont multipliés par $k \times k \times k = k^3$.

Résumé :

Pour un agrandissement (ou une réduction) de coefficient k :

Longueur	Aire	Volume
$\times k$	$\times k \times k$ ou $\times k^2$	$\times k \times k \times k$ ou $\times k^3$

II - Triangles semblables

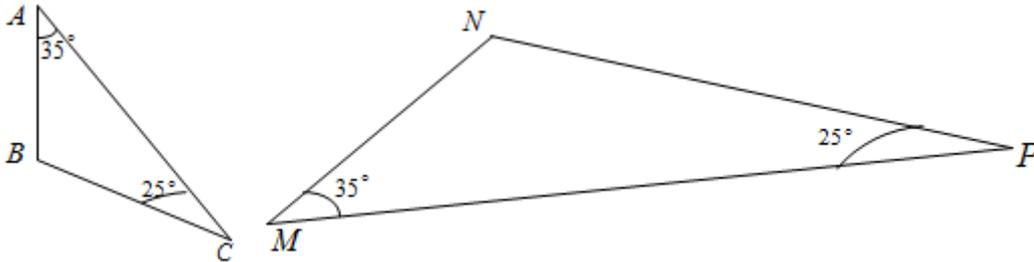
1) Définition

Définition :

Deux triangles sont semblables si leurs angles ont la même mesure deux à deux.

Exemple :

La somme des angles d'un triangle est de 180° , donc le 3eme angle mesure $180^\circ - 25^\circ - 35^\circ = 120^\circ$



Les triangles ABC et MNP sont semblables, car leurs angles sont de même mesure

On dira alors que :

- les angles \widehat{CAB} et \widehat{NMP} sont homologues,
- les côtés [AC] et [MP] sont homologues,
- les sommets B et N sont homologues.

Propriété : Il suffit de deux angles égaux pour que deux triangles soient semblables.

Remarque : lors d'un agrandissement (ou une réduction), un triangle et son image sont obligatoirement semblables, car les angles sont conservés.

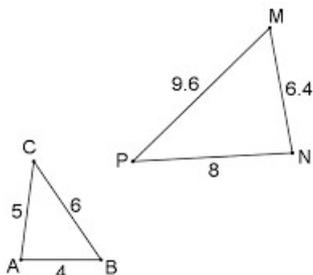
Propriété : Si deux triangles sont semblables alors les longueurs de leurs côtés sont deux à deux proportionnelles

autrement dit :
$$\frac{AB}{MN} = \frac{AC}{MP} = \frac{CB}{NP}$$

2) Démontrer que deux triangles sont semblables

Propriété : Si les longueurs des côtés de deux triangles sont deux à deux proportionnelles alors ces triangles sont semblables.

Exemple : Ces triangles sont-ils semblables ?



Triangle ABC	AB	BC	AC
Cotés homologues	MN	PM	NP

$$\frac{MN}{AB} = \frac{6,4}{4} = 1,6 \quad \frac{PM}{BC} = \frac{9,6}{6} = 1,6 \quad \frac{NP}{AC} = \frac{8}{5} = 1,6$$

Les cotés sont bien proportionnels deux à deux, les triangles ABC et MPN sont bien semblables.
Donc, ils ont leurs angles deux à deux de même mesure.

Remarque : Si deux triangles ont leurs côtés de même longueur deux à deux, on dit qu'ils sont égaux, ou superposables.

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Agrandissement/réduction : formule coefficient	Oui	Non
Agrandissement/réduction : longueur / aire / volume	Oui	Non
Triangles semblables : définitions et propriétés	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Agrandissement/réduction : calculer un coefficient	Oui	Non
Agrandissement/réduction : appliquer un coefficient	Oui	Non
Démontrer que deux triangles sont semblables (angles ou longueurs)	Oui	Non
Utiliser des triangles semblables pour raisonner.	Oui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.