

Puissances de 10

I - Puissances d'un nombre relatif

1) Exposant entier positif

Définition :

Pour tout nombre relatif a et tout nombre entier n strictement supérieur à 1, on appelle **puissance $n^{\text{ième}}$ de a** le produit de n facteurs tous égaux à a .

On le note a^n et on le lit « a exposant n ».

$$a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ facteurs}}$$

Le nombre n s'appelle l'**exposant**.

Exemples :

- $2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64$
- $3^3 = 3 \times 3 \times 3 = 27$
- $10^5 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 100\,000$

Attention aux parenthèses ! La puissance s'applique à ce qui est en dessous d'elle

- $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$
- $-3^2 = -3 \times 3 = -9$

La puissance s'applique sur le -3

La puissance s'applique seulement sur le 3, avec un - devant

- $\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27}$
- $\frac{2^3}{3} = \frac{2 \times 2 \times 2}{3} = \frac{8}{3}$

Vocabulaire : a^2 se lit « a au carré », a^3 se lit « a au cube »

Conventions : $a^1 = a$, et $a^0 = 1$ (pour $a \neq 0$)

Exemples :

- $2001^1 = 2001$
- $0^{210} = 0$
- $99^0 = 1$

2) Exposant entier négatif

Définition :

Pour tout nombre relatif a non nul, et tout nombre entier positif n ,

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

Exemples :

$$a^{-1} = \frac{1}{a}$$

$$2^{-1} = \frac{1}{2^1} = \frac{1}{2}$$

$$2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{16}$$

Remarque : $a^n \times a^{-n} = 1$ pour tout nombre relatif a non nul, et pour tout entier n .

Donc a^{-n} est l'inverse de a^n

II - Puissances et opérations

1) Opérations sur les puissances

$$a^3 \times a^2 = a \times a \times a \times a \times a$$

$$a^3 \times a^2 = a^5$$

On remarque que

$$a^3 \times a^2 = a^{3+2}$$

$$\frac{a^2}{a^5} = \frac{a^2}{a^2 \times a^3} = \frac{1}{a^3} = a^{-3}$$

On remarque que

$$\frac{a^2}{a^5} = a^{2-5}$$

Exemples : Écrire sous la forme d'une puissance et calculer

$$3^5 \times 3^4 = 3^{5+4} = 3^9$$

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3$$

2) Priorités de calcul

Propriétés

- Si un calcul contient des opérations entre parenthèses, on effectue d'abord ces opérations.
- Si un calcul ne contient pas d'opération entre parenthèses, on effectue
 - d'abord les puissances,
 - puis les multiplications et les divisions
 - puis les additions et les soustractions.

Exemples :

$$\begin{aligned} 7 - 5 \times 4^3 \\ = 7 - 5 \times 64 \\ = 7 - 320 \\ = -313 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2 \times (54 \div 3 - 10)^2 \\ = 2 \times (18 - 10)^2 \\ = 2 \times 8^2 \\ = 2 \times 64 \\ = 128 \end{aligned}$$

III - Notation scientifique d'un nombre

1) Puissance de 10

Pour tout nombre entier n strictement,

$$10^n = 10 \dots 0 \text{ (1 suivi de n zéros)}$$

$$10^{-n} = 0,0 \dots 1 \text{ (n zéros précédant le 1)}$$

Exemples :

$$10^5 = 100\,000$$

$$10^{-4} = 0,0001$$

2) Multiplication d'un nombre décimal par une puissance de dix

Exemples :

$$25,1 \times 10^5 = 2\,510\,000$$

je décale la virgule de 5 rangs vers la droite

$$25,1 \times 10^{-5} = 0,000251$$

je décale la virgule de 5 rangs vers la gauche

3) Notation scientifique

Un nombre décimal peut s'écrire de plusieurs façons sous la forme $a \times 10^n$ où a est un nombre décimal et n est un nombre entier relatif.

Exemples : $123,4 = 0,1234 \times 10^3 = 1,234 \times 10^2 = 1234 \times 10^{-1}$

Définition :

L'écriture scientifique (ou notation scientifique) d'un nombre décimal est l'unique forme $a \times 10^n$, telle que $1 \leq a < 10$

Cette écriture permet de donner rapidement un ordre de grandeur d'un nombre, et de manipuler des nombres très grands, ou très petits.

Exemple

$$A = 234,5 = 2,345 \times 10^2$$

Que dois-je retenir ?

Connaissances	Je connais ma leçon	
Définition d'une puissance (exposant positif)	Oui	Non
Définition d'une puissance (exposant négatif)	Oui	Non
Priorités de calculs	Oui	Non
Écriture scientifique	Oui	Non
Savoir-faire	Je sais faire	
Calculer une puissance simple	Oui	Non
Calculer une puissance avec des parenthèses	Oui	Non
Enchaîner plusieurs opérations, dont des puissances	Oui	Non
Transformer un nombre décimal en écriture scientifique	Oui	Non
Transformer un nombre en écriture scientifique en nombre décimal	Oui	Non



Hors du cadre de la classe, aucune reproduction, même partielle, autres que celles prévues à l'article L 122-5 du code de la propriété intellectuelle, ne peut être faite sans l'autorisation expresse de l'auteur.